数字电路与逻辑设计B

第四讲

南京邮电大学

电子与光学工程学院

臧裕斌

第2章 逻辑代数理论及电路实现

2.1 逻辑代数中的运算

一、基本逻辑

二、逻辑变量

三、逻辑函数及其表示方法

四、基本逻辑运算

五、复合逻辑运算

2.3 逻辑运算的公式

一、基本公式

二、常用公式

2.4 逻辑运算的基本规则

一、代入规则

二、反演规则

三、对偶规则

作业

第2章 逻辑代数理论及电路实现

2. 1逻辑代数中的运算

一、基本逻辑

1.与逻辑

2.或逻辑

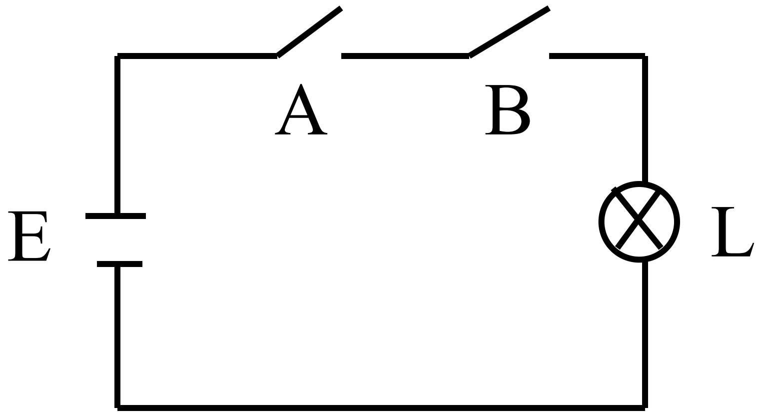
3.非逻辑

逻辑代数的产生

1849年英国数学家乔治.布尔(George Boole)首先提出，用来描述和研究客观世界中事物间逻辑关系的数学方法——称为布尔代数。它把事物间逻辑关系简化为符号间的数学运算。

又因为布尔代数中的常量、变量都只有“真”（**True**）和“假”（**False**）两种取值，所以也称为二值代数。

后来被广泛用于开关电路和数字逻辑电路的分析与设计，所以也称为开关代数或逻辑代数。



(a) 说明与逻辑的电路

开关闭合：条件具备

灯亮：结果发生

"1" 开关闭合　"1" 灯亮

"0" 开关断开　"0" 灯灭

逻辑约定

A	B	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

真值表

$A \cdot B = L$

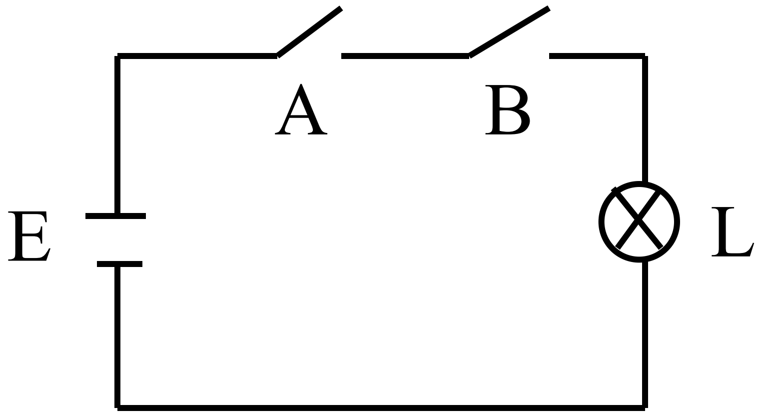
$0 \cdot 0 = 0$

$0 \cdot 1 = 0$

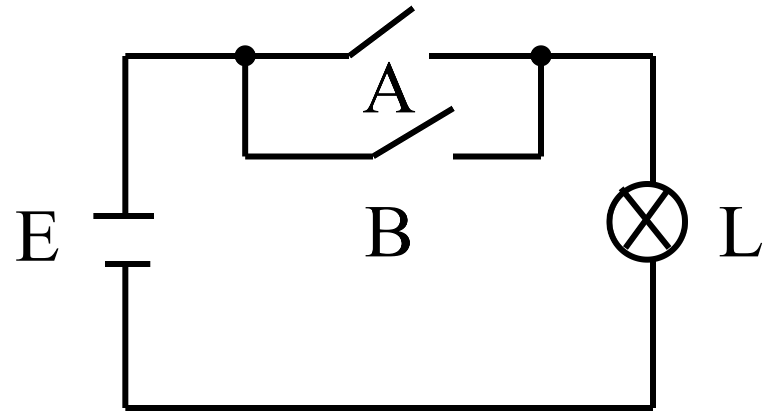
$1 \cdot 0 = 0$

$1 \cdot 1 = 1$

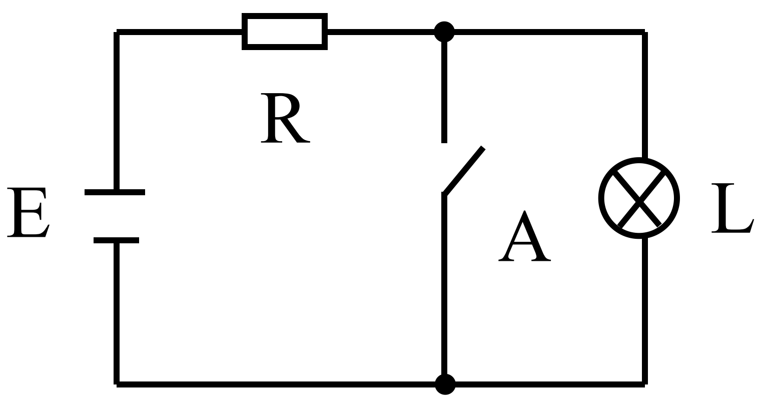
表达式



(a) 说明与逻辑的电路



(b) 说明或逻辑的电路



(c) 说明非逻辑的电路

开关闭合：条件具备

灯亮：结果发生

图2.1.1说明3种基本逻辑的电路

观察与思考

1. 列举日常生活中具有与逻辑关系的事例。

彩票中奖；

种子发芽；

打开具有电磁锁和机械锁的门；

二、逻辑变量

用来描述只有两种对立的状态的对象，如各种器件，用字母等表示。只有两种取值 “0”和 “1”：

如：S----开关，L----灯。

若对象有多种状态，如何描述？

$$2^n \geq M$$

三、逻辑函数及其表示方法

1.逻辑函数概念

$$F = f(x_1, x_2, \cdots x_n)$$

2.真值表(Truth table)

(1)列真值表方法

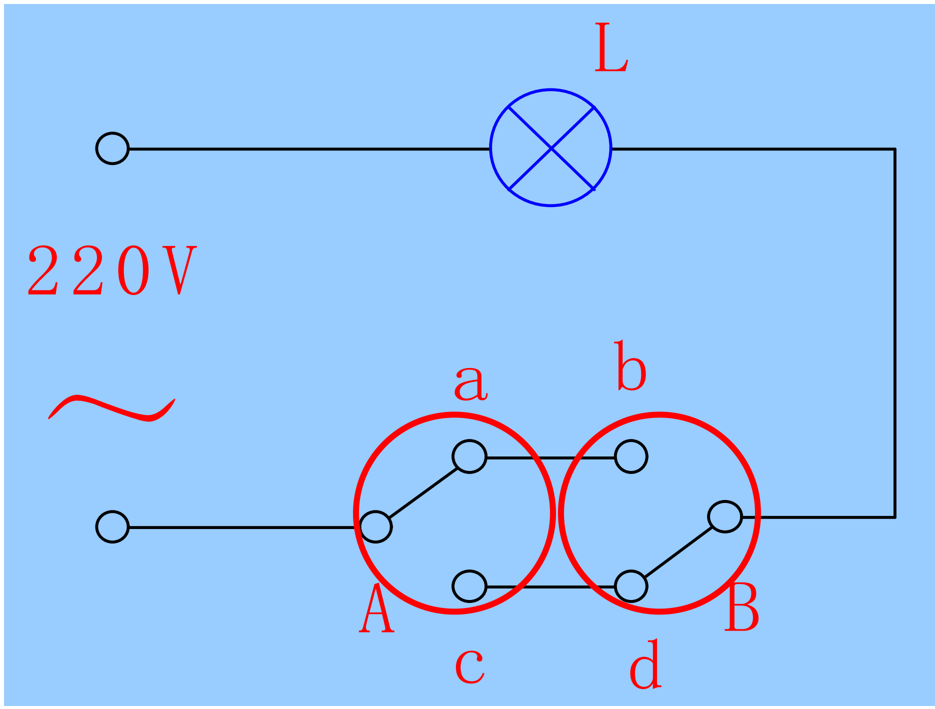
(2) 逻辑函数相等定义

真值表 相同。

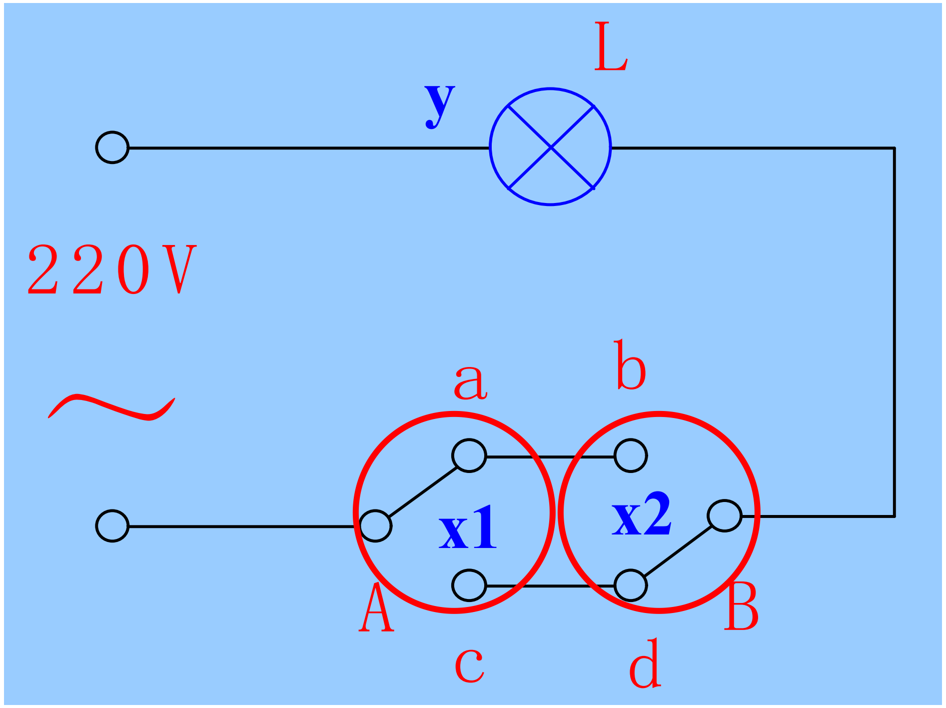
表 2.1.1

输入		输出
A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

例1 如下图所示，用两个“单刀双掷”开关控制楼道灯，试列出该电路的真值表。



解：用逻辑变量x1、x2、y分别表示开关A、B、灯L。设开关A（或B）的“刀”位于上触点a(或b)时，x1、x2为1，位于下触点时，x1、x2为0；灯L亮，y为1，灯L灭，y为0。真值表如下



输入		输出
x1	x2	y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$2^n \geq M$ ⇨ 逻辑约定 ⇨ 真值表

3.逻辑表达式

$$F = a \cdot b + c \cdot d$$

四、基本逻辑运算

1.与运算(AND)

(1) 算符

“ · ”（或者“ × ”、 “ ∧ ” 、 “ ∩ ” 、 “AND”)

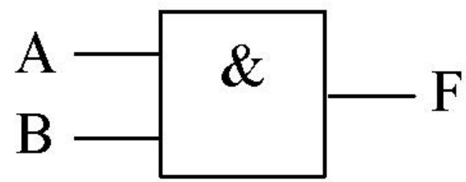
(2) 运算规则

$$0 \cdot 0 = 0 \qquad 1 \cdot 0 = 0$$

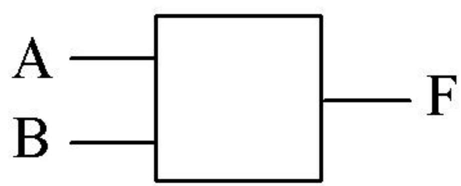
$$0 \cdot 1 = 0 \qquad 1 \cdot 1 = 1$$

(3) 逻辑表达式　　$F = A \cdot B$

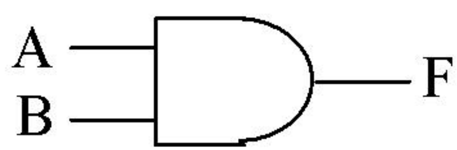
(4) 逻辑符号



国标



曾用



美国

2.或运算(OR)

(1) 算符

"+"（或者"∨"、"∪"、"OR")

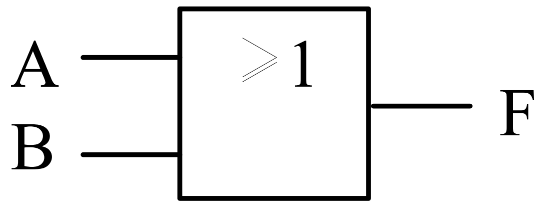
(2) 运算规则

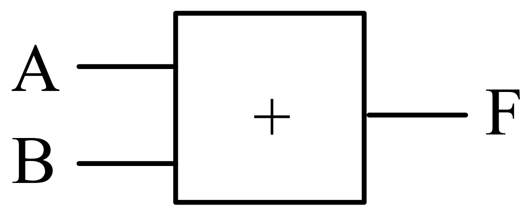
$0+0=0$　　　$1+0=1$

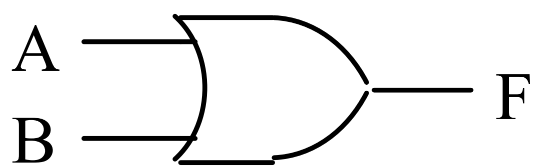
$0+1=1$　　　$1+1=1$

(3) 逻辑表达式　　$F=A+B$

(4) 逻辑符号







3.非运算(NOT)

(1) 算符

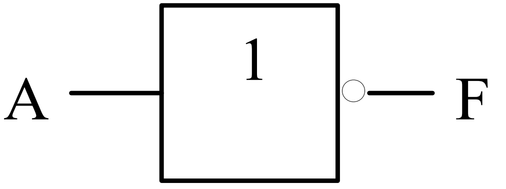
“— ”

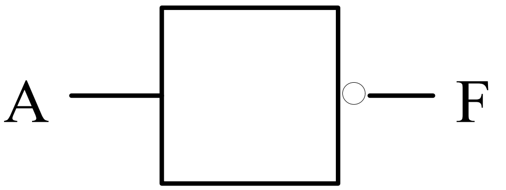
(2) 运算规则

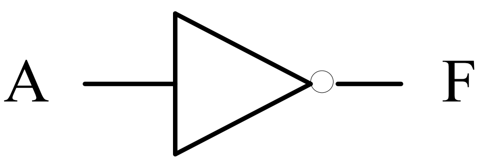
$$\overline{0} = 1 \qquad \overline{1} = 0$$

(3) 逻辑表达式 $F = \overline{A}$

(4) 逻辑符号







单选题 2分

设置

1.基本逻辑运算有____种?

A 1

B 2

C 3

D 4

提交

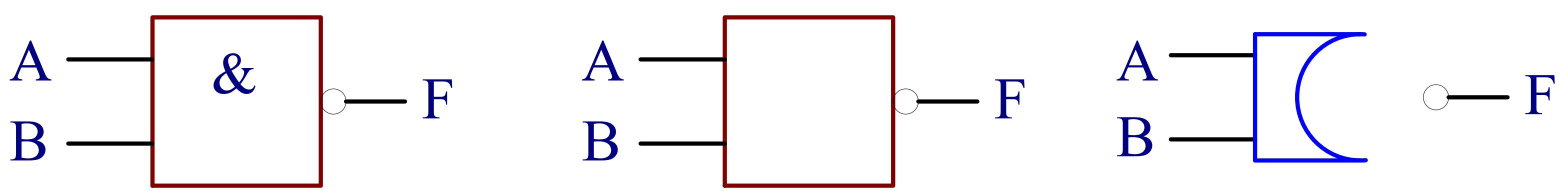
五、复合逻辑运算

由两个或两个以上基本运算构成的逻辑运算

1.与非运算(NAND)

(1) 逻辑表达式 $\mathbf{F = \overline{AB}}$

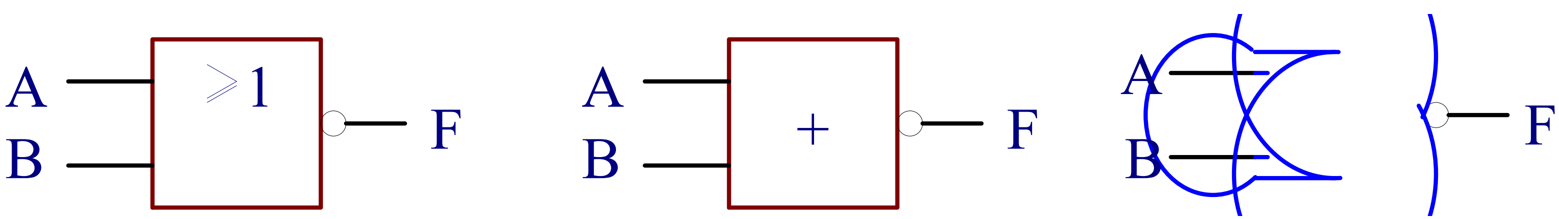
(2) 逻辑符号



2 .或非运算(NOR)

(1) 逻辑表达式 $F=\overline{A+B}$

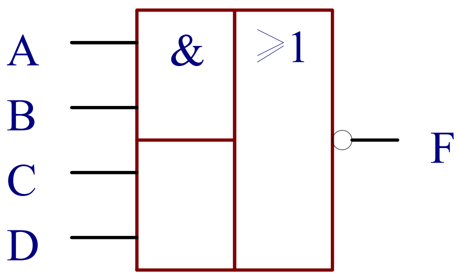
(2) 逻辑符号

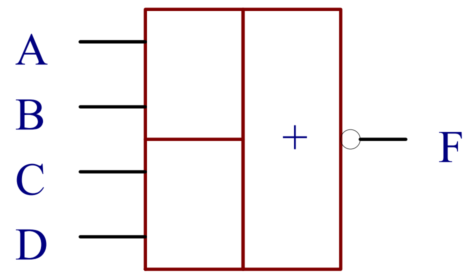


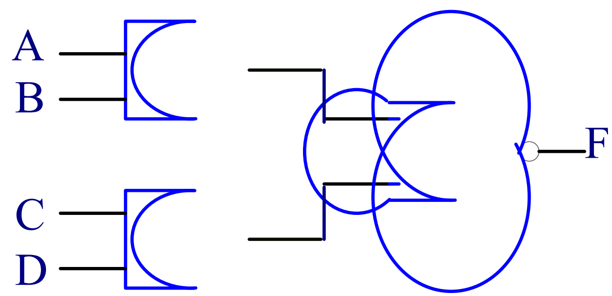
3 .与或非运算(AND – OR – INVERT)

(1) 逻辑表达式　　　　$F = \overline{AB + CD}$

(2) 逻辑符号







4.异或运算(XOR)

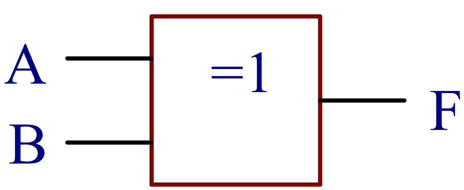
真值表

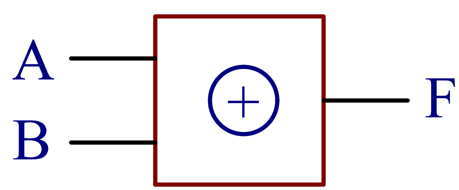
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

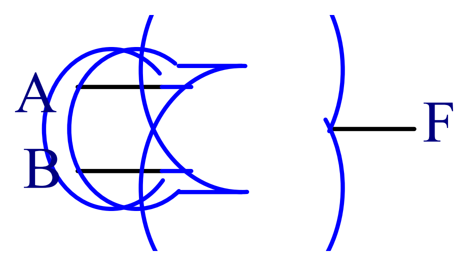
(1) 逻辑表达式

$$F = A \oplus B = A\overline{B} + \overline{A}B$$

(2) 逻辑符号







5.同或运算(XNOR)

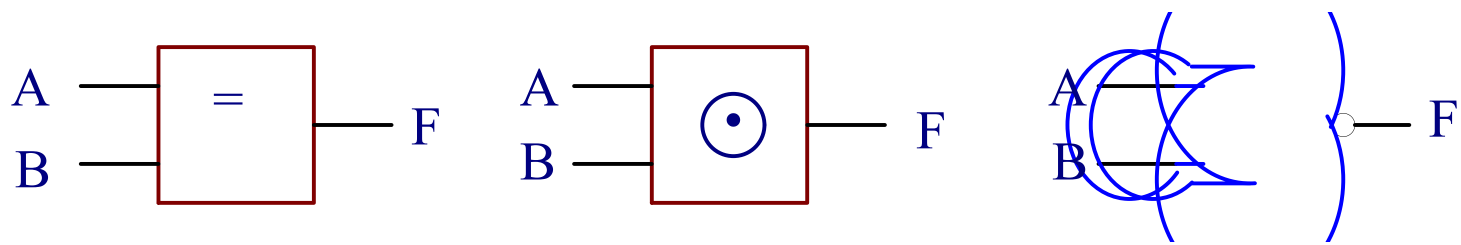
(1) 逻辑表达式

$$F = A \odot B = AB + \overline{A}\,\overline{B}$$

真值表

A　B	F
0　0	1
0　1	0
1　0	0
1　1	1

(2) 逻辑符号



两变量异或、同或运算关系

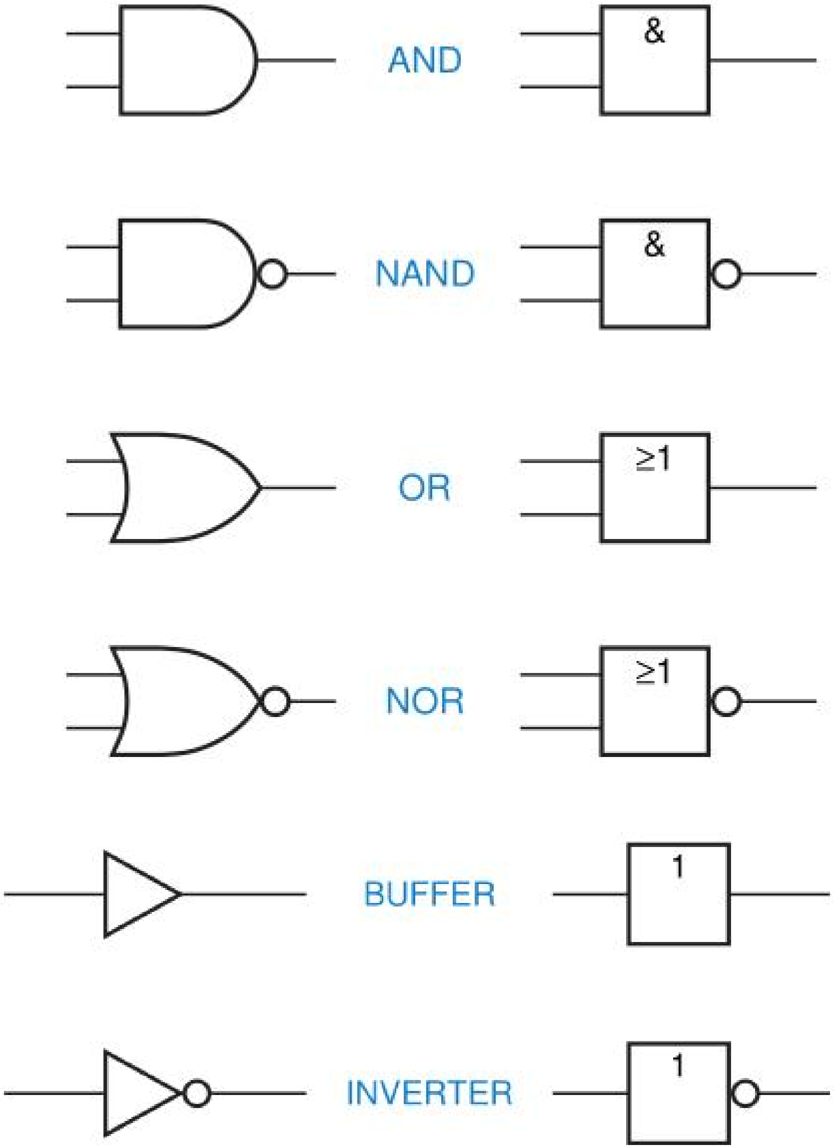
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

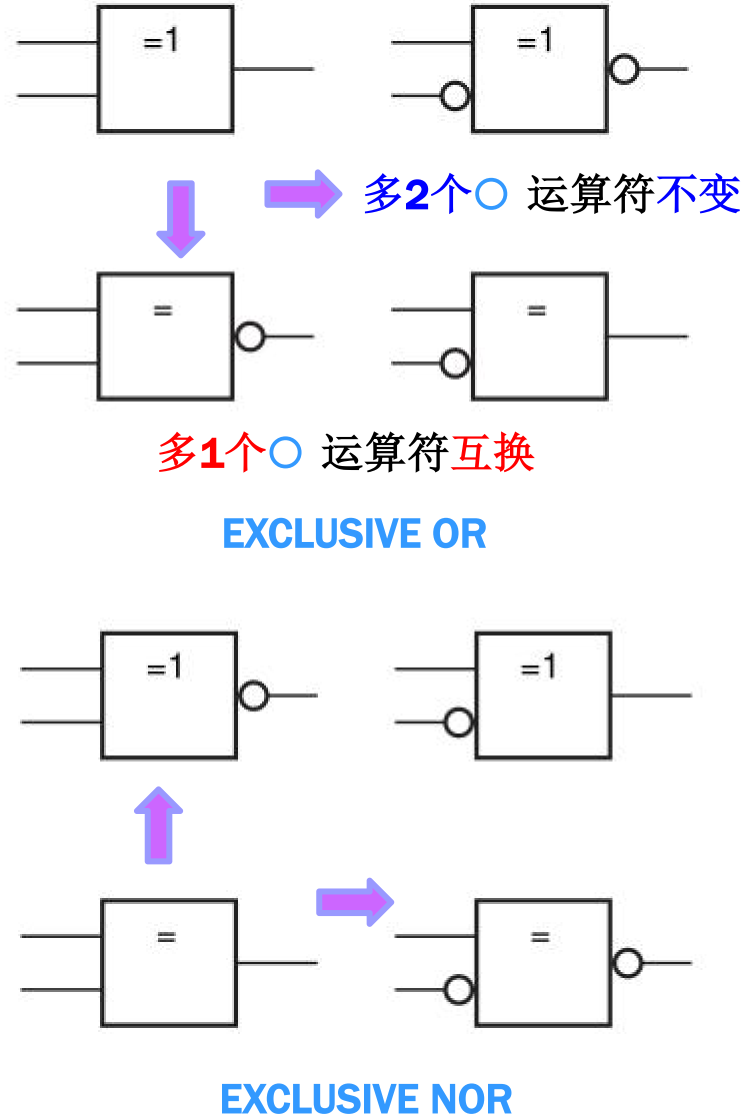
$$F = A \oplus B = A\bar{B} + \bar{A}B$$

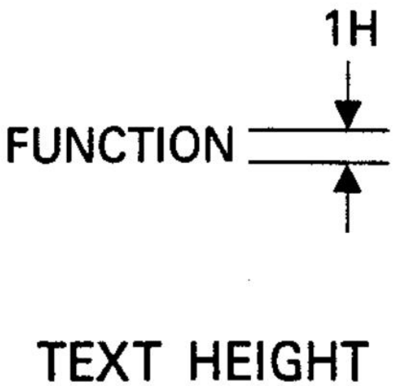
A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

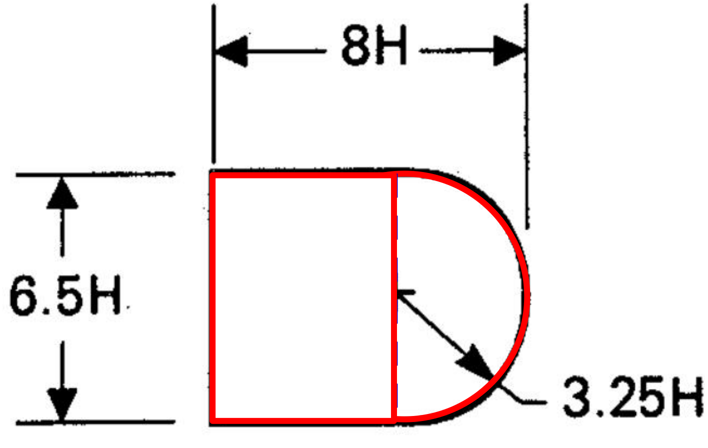
$$F = A \odot B = AB + \bar{A}\,\bar{B}$$

$$\overline{A \oplus B} = A \odot B \quad 或 \quad A \oplus B = \overline{A \odot B}$$

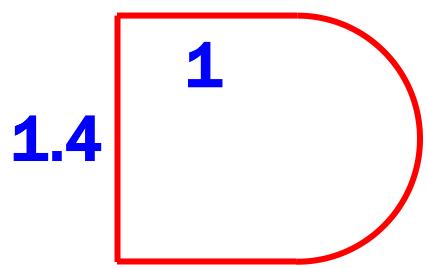

&
AND
&
NAND
≥1
OR
≥1
NOR
1
BUFFER
1
INVERTER


=1
=1
多2个○ 运算符不变
=
=
多1个○ 运算符互换
EXCLUSIVE OR
=1
=1
=
=
EXCLUSIVE NOR

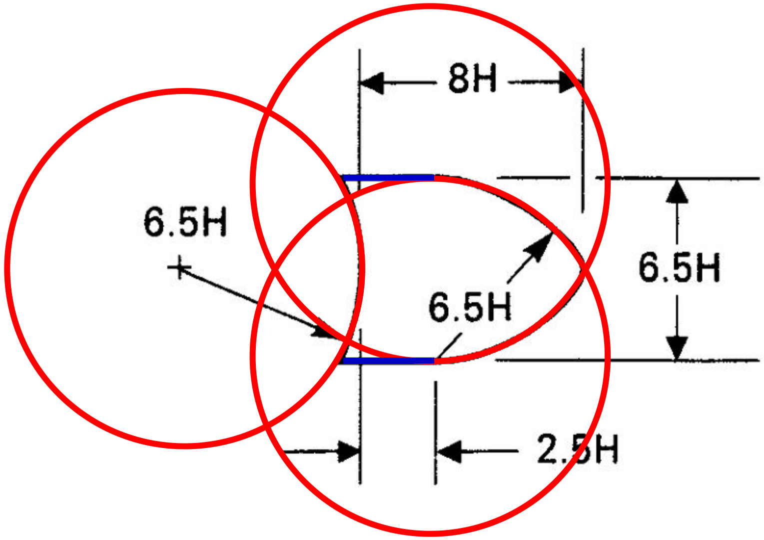




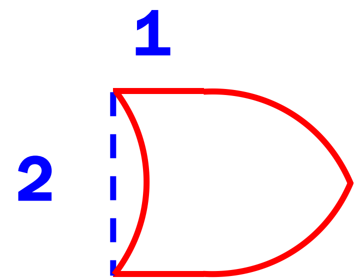
AND*



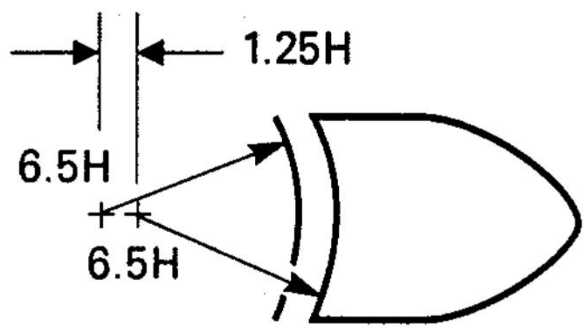
矩形高:宽 = 6.5:4.75 ≈ 1.4:1



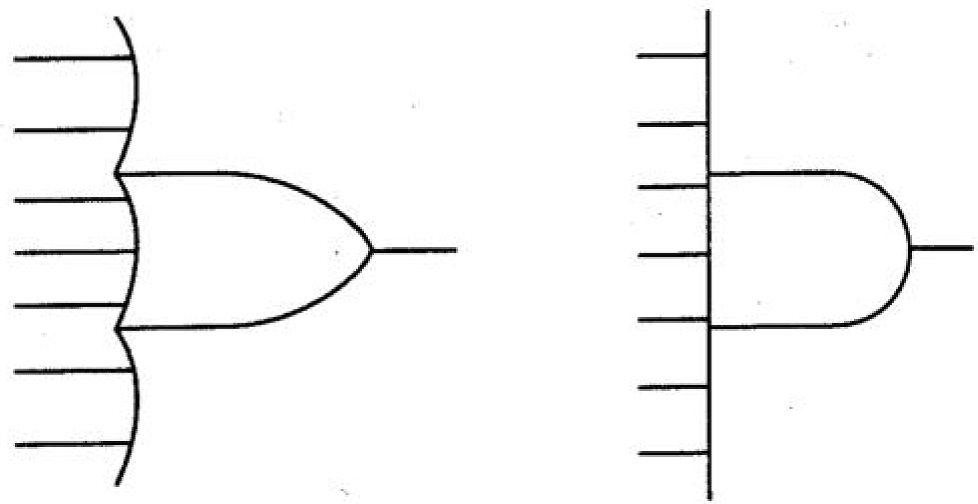
OR*



高:宽 = 6.5:3.3 ≈ 2:1



EXCLUSIVE OR*



2.3 逻辑运算的公式

一、基本公式

1.自等律 $A+0=A$ $A\cdot 1=A$

2.吸收律 $A+1=1$ $A\cdot 0=0$

3.重叠律 $A+A=A$ $A\cdot A=A$

4.互补律 $A+\overline{A}=1$ $A\cdot\overline{A}=0$

5.还原律 $\overline{\overline{A}}=A$

6.交换律 $A+B=B+A$ $A\cdot B=B\cdot A$

7.结合律

$$A+B+C = (A+B)+C = A+(B+C)$$

$$A\cdot B\cdot C = (A\cdot B)\cdot C = A\cdot(B\cdot C)$$

8.分配律

$$A\cdot(B+C) = AB+AC$$

$$A+BC = (A+B)\cdot(A+C)$$

9.反演律

$$\overline{A+B} = \overline{A}\cdot\overline{B}$$

$$\overline{AB} = \overline{A}+\overline{B}$$

基本公式的正确性可以用列真值表的方法加以证明；对同一基本公式左、右两列存在对偶关系。

单选题 2分

设置

2.下列逻辑运算结果正确的是____。

A $A+A=2A$

B $1+1=2$

C $1+A=1$

D $A+0=0$

提交

二、常用公式

1.合并相邻项公式 $AB + A\overline{B} = A$

2. 消项公式 $A + AB = A$

3. 消去互补因子公式 $A + \overline{A}B = A + B$

4. 多余项（生成项）公式

$$AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$$

证明：$AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C + (A + \overline{A})BC$

$= \underline{AB} + \underline{\overline{A}C} + \underline{ABC} + \underline{\overline{A}BC} \quad = AB + \overline{A}C$

单选题 2分

设置

3.下面两个等式正确的是____。

A $AB+\bar{A}\,\bar{B}C=AB+C$

B $AB+\overline{AB}C=AB+C$

提交

2.4　逻辑运算的基本规则

一、代入规则　适用于等式

设 $F_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = F_2(x_1, x_2, \ldots, x_n)$

则 $F_1(G, x_2, \ldots, x_n) = F_2(G, x_2, \ldots, x_n)$

任何一个逻辑等式中，如果将等式两边所有出现的某一个变量用一个逻辑函数代替，则等式仍然成立

代入规则应用于基本公式

例1已知 $\overline{A+D}=\overline{A}\,\overline{D}$ 若令D =F= B+C

则有：$\overline{A+B+C}=\overline{A}\cdot\overline{B+C}=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$

反演定律推广到3个变量。

同理可以证明，对于多个变量反演定律也成立。

代入规则应用于常用公式

例2 已知 $GH + G\overline{H} = G$ 若令$G = E = AB$, $H = F = CD$

则有：$ABCD + AB\overline{CD} = AB$

合并相邻项公式 $AB + A\overline{B} = A$ 的推广

注:$ABCD$ 与 $AB\overline{CD}$ 不是相邻项!